FM Synthese

Ralph Holzmann
Universität Heidelberg
Advanced Seminar „Computer Engineering“

Betreuer: Michael Krieger

Übersicht

- Einführung
- Geschichte
- Mathematisches Modell
- Schaltung
- DX7
- Zusammenfassung

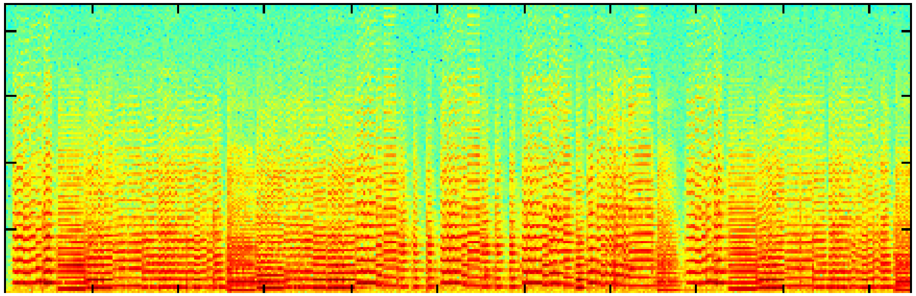
Einführung

- „Synthese“: Erzeugung musikalisch „interessanter“ Klänge
    - Verwendung in elektronischen Musikinstrumenten („FM-Synthesizer“), Soundkarten, Spielekonsolen

- Wodurch ist ein Klang gekennzeichnet?
    - Lautstärke (entspricht Amplitude des Tonsignals)
    - Tonhöhe (entspricht Grundfrequenz des Tonsignals)
    - Klangfarbe (entspricht Frequenzspektrum des Tonsignals)

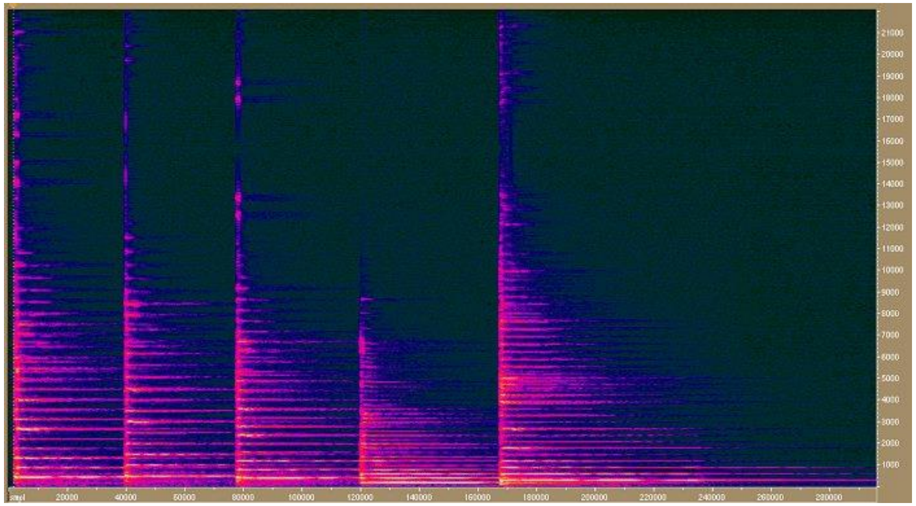
- Zeitliche Veränderung dieser 3 Eigenschaften (z.B. Geige, Klavier)

Geige



chien.csie.ncku.edu.tw

Klavier

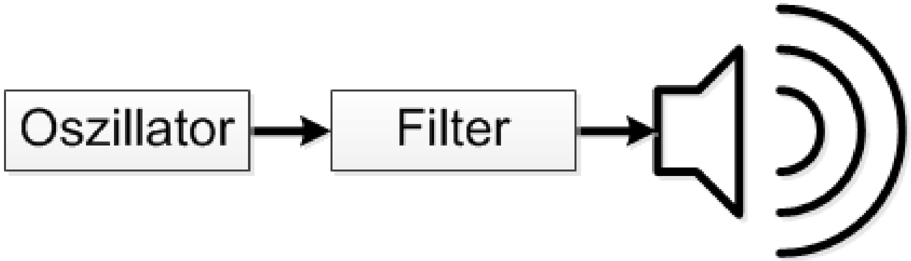


mappa.mundi.net

- Zeitliche Veränderung der Klangfarbe

Wie kann man elektronisch Klänge erzeugen?

a) subtraktive Synthese (z.B. Moog-Synthesizer)



- Oszillator: Erzeugt Signal mit „komplexer“ Klangfarbe
- Filter: Entfernt Anteile des ursprünglichen Frequenzspektrums
  - „Subtraktiv“

de.academic.ru

b) FM-Synthese

- FM = zeitliche Veränderung der Tonhöhe
- „langsam“ (einige Hz) ➔ „Vibrato“ (Gesang, Geige)
- „schnell“ (im hörbaren Bereich: 100Hz – einige kHz)
  - wird nicht mehr als Schwankung der **Tonhöhe** wahrgenommen, sondern als Veränderung der **Klangfarbe**

Geschichte

- Frequenzmodulation ist altbekanntes Verfahren
  - Anwendung z.B. in der Radiotechnik (UKW)

- Analoge FM-Synthesizer seit den 1960ern
  - Problem: instabile Tonhöhe

- Ende 60er: Entwicklung der digitalen Implementierung der Frequenzmodulation durch John M. Chowning (Stanford University)

- 1973: Patentiert durch John M. Chowning

- 1974: Lizenziert an Yamaha
  - Marktführer für digitale FM-Synthesizer in den 80ern
  - berühmtestes Modell: DX7 (1983)

ca.wikipedia.org

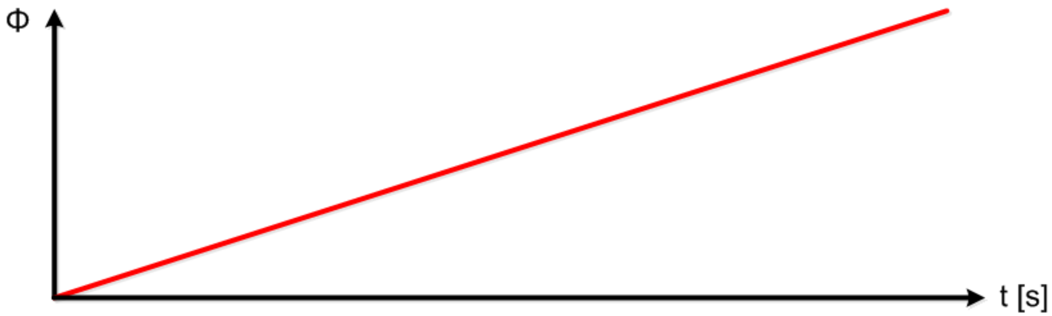
- 1995: Patent abgelaufen
  - Seither auch digitale FM-Synthesizer von vielen anderen Herstellern

Mathematisches Modell

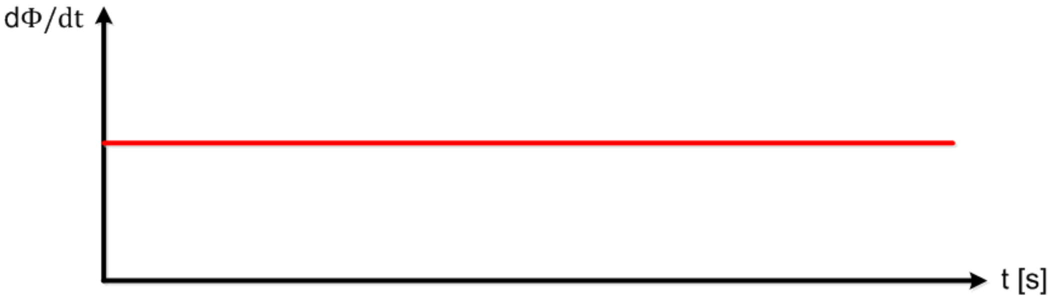
- Grundlage: einfacher Sinuston
- $y(t) = A * sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = A * cos(\omega t + \varphi)$
- A: Amplitude („Lautstärke“)
- ω: Kreisfrequenz („Tonhöhe“)
- φ: Phasenverschiebung (hört man hier nicht)

- Zusammenhang Tonhöhe (f) ↔ Kreisfrequenz (ω)
- $f = \frac{\omega}{2\pi}$

- Argument von sin/cos heißt „Phase“:
- $\Phi = \omega t + \varphi$

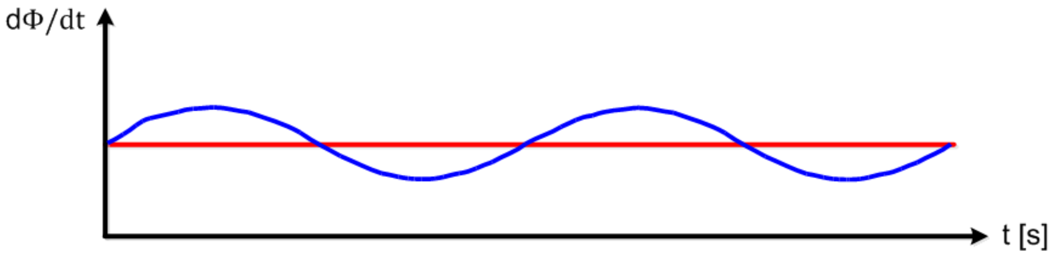


- Zeitliche Änderung der Phase heißt „Momentanfrequenz“
- $\frac{d\Phi}{dt} = \omega$ ➔ konstante Tonhöhe



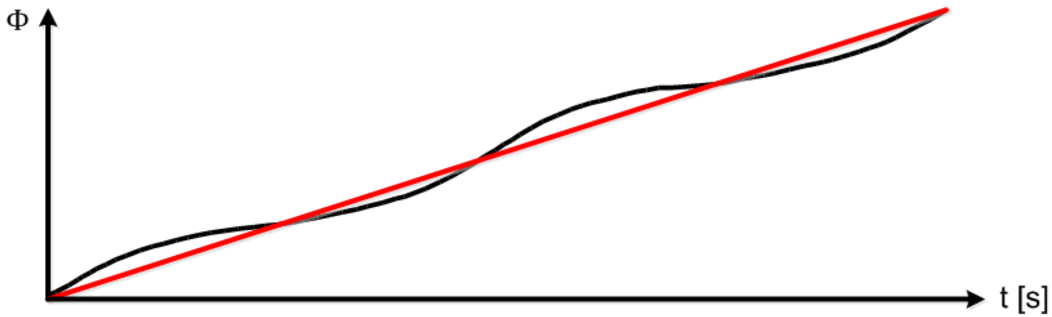
Frequenzmodulation

- Jetzt wollen wir die Tonhöhe **modulieren**
- $\Phi = \omega t + \varphi$
- ➔ Ersetze φ durch $\int f(t)dt$
- $\Phi = \omega t + \int f(t)dt$
- $y(t) = A * cos(\omega t + \int f(t)dt)$
- Die Momentanfrequenz ist dann:
- $\frac{d\Phi}{dt} = \omega + f(t)$ ➔ Frequenzmodulation



Phasenmodulation

- $\Phi = \omega t + g(t)$ ➔ Phasenmodulation



- FM und PM ist eigentlich das **Gleiche**, man muss nur $g(t) = \int f(t)dt$ bzw. $\frac{d}{dt}g(t) = f(t)$ wählen

Modulationsindex

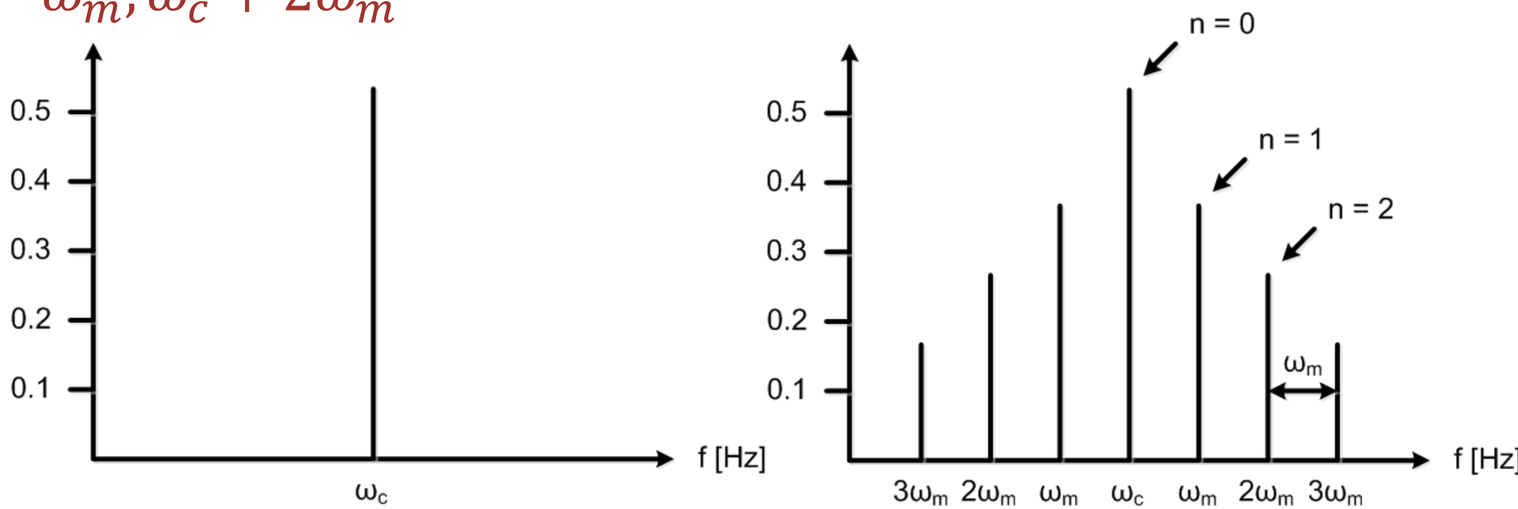
- Einfachster Fall von Frequenzmodulation:
- $g(t) = \eta * sin(\omega_m t)$
- η: Amplitude des Modulators = „Modulationsindex“
- ω_m: Modulationsfrequenz

- $y(t) = A * cos(\omega_c t + \eta * sin(\omega_m t))$

- Das kann man umformen:
- $y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [J_n(\eta) * cos((\omega_c + n\omega_m)t)]$

Seitenbänder

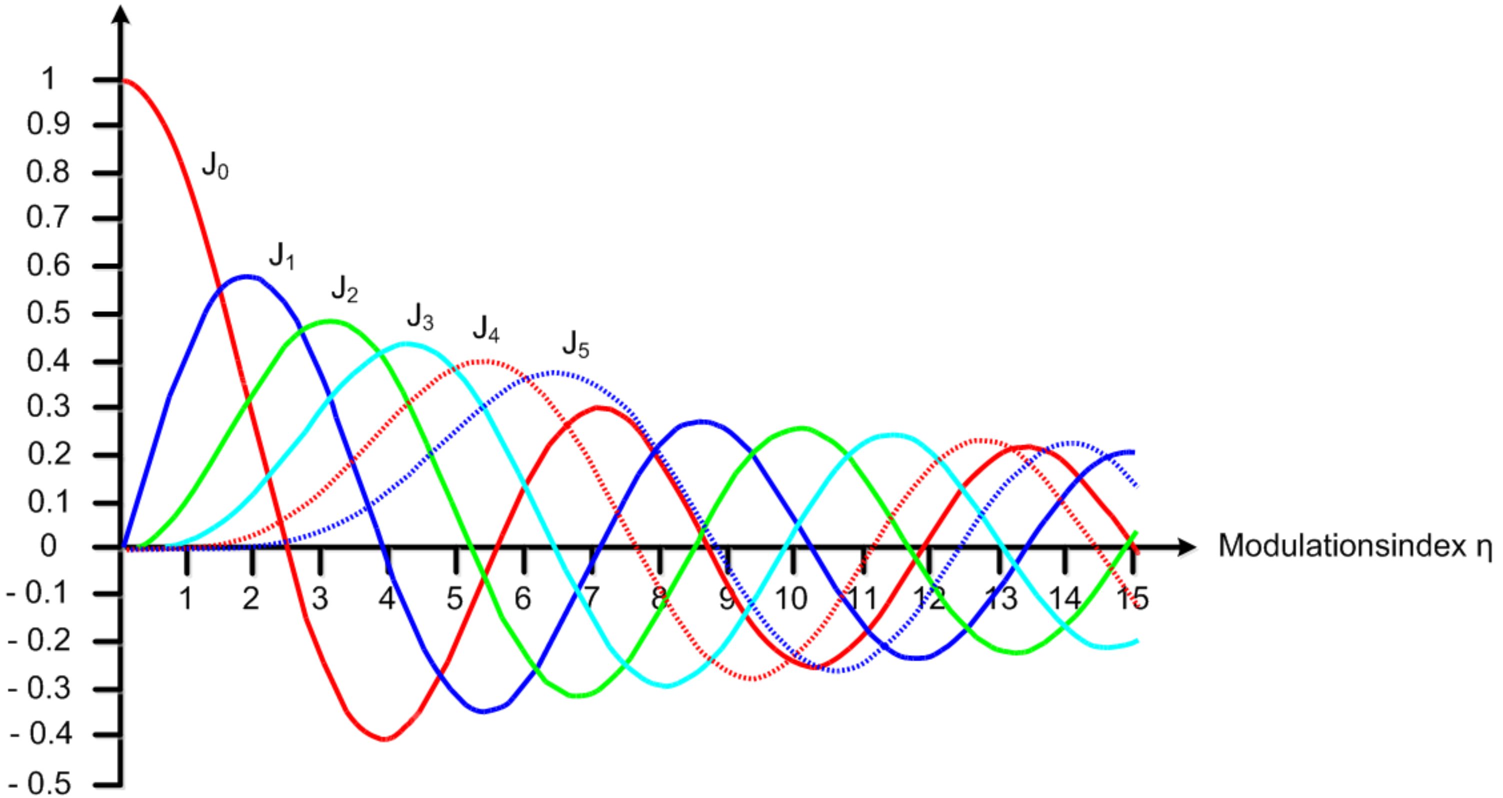
- Durch die Modulation hat man nicht mehr **nur** ein Signal mit der Frequenz ω_c, sondern **auch** Signale mit den Frequenzen $\omega_c - 2\omega_m, \omega_c - \omega_m, \omega_c + \omega_m, \omega_c + 2\omega_m$



- Was passiert mit „negativen“ Frequenzen?
- z.B. ω_c = 1kHz, ω_m = 500Hz, n = -3 ➔ $\omega_c + n * \omega_m$ = -500Hz?
  - Lösung: $cos(x) = cos(-x)$ ➔ wird gespiegelt ➔ Seitenband mit +500Hz

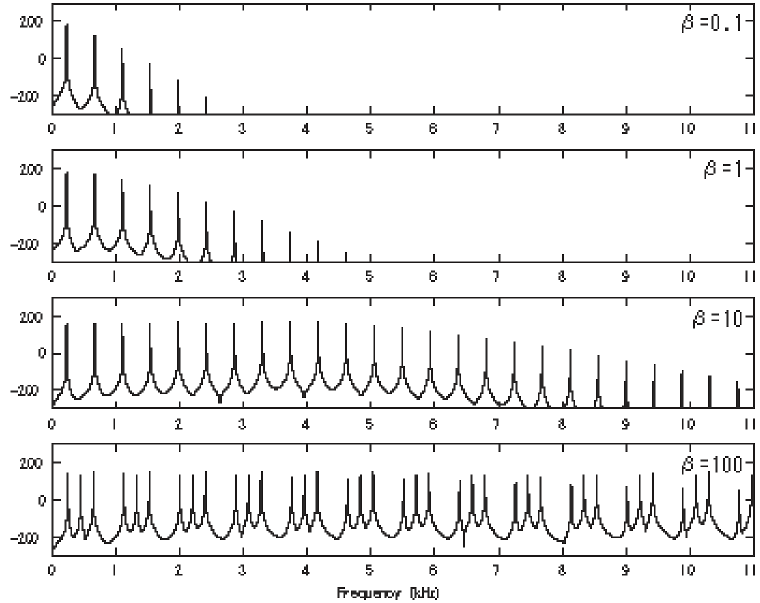
Besselfunktionen

- Amplituden der Seitenbänder kann man mit den Besselfunktionen berechnen: $J_n(\eta)$



Frequenzspektrum

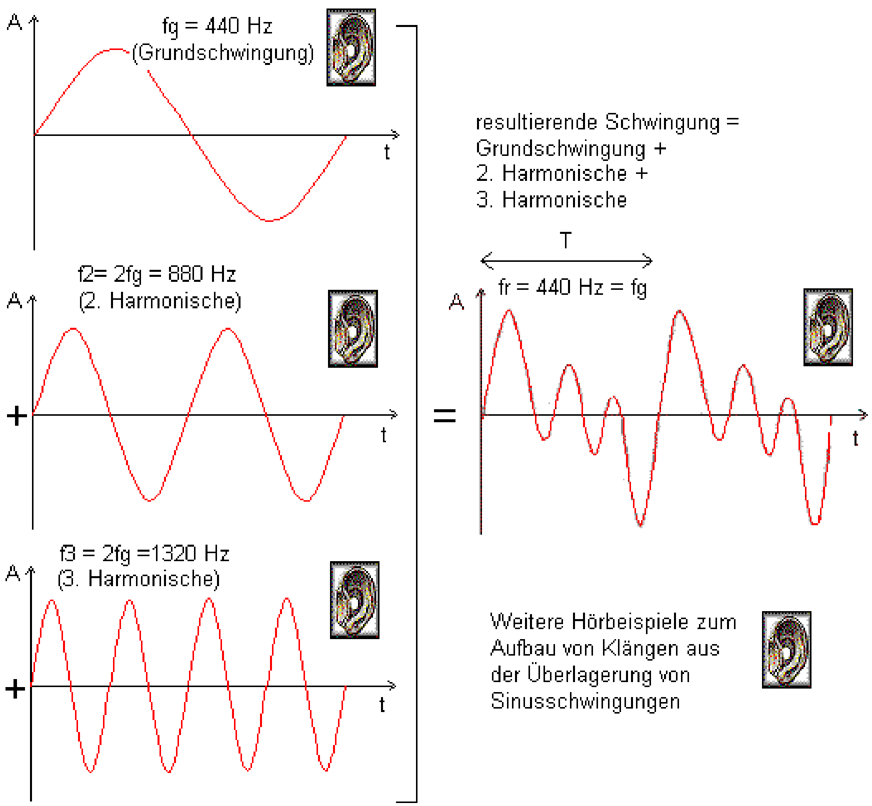
- Faustregel: Anzahl der signifikanten Seitenbänder auf jeder Seite: $\eta + 1$
- Daraus ergibt sich:
- Wie hängt die Klangfarbe mit dem **Modulationsindex** η zusammen?
  - Je größer η, desto komplexer wird das Frequenzspektrum, desto „heller" der Klang

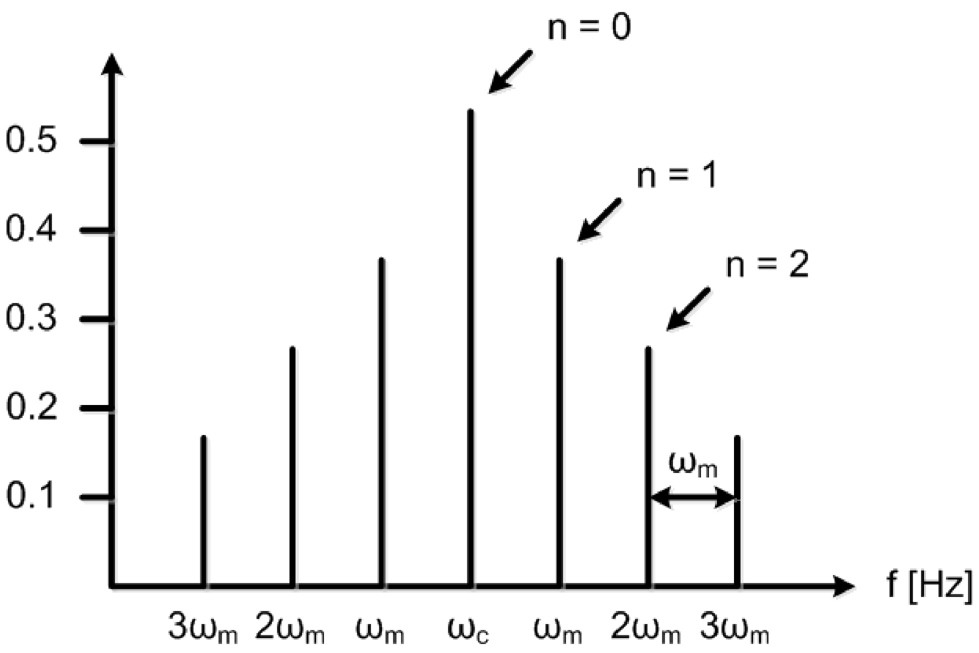


en.wikipedia.org

- Wie hängt die Klangfarbe mit der **Modulationsfrequenz** ω_m zusammen?
  - Es kommt auf das **Verhältnis** $\frac{\omega_m}{\omega_c}$ an!
- Wenn es ein einfaches **ganzzahliges** Verhältnis ist (z.B. $\frac{\omega_m}{\omega_c}$ = 1:1, 2:1, 3:1)
  - Dann entsprechen die Seitenbänder der **Obertonreihe**, damit kann man „natürliche“ Instrumente nachbilden.
- Natürliche Instrumente sind:
  - Geige, Pauke, Flöte, Xylophon

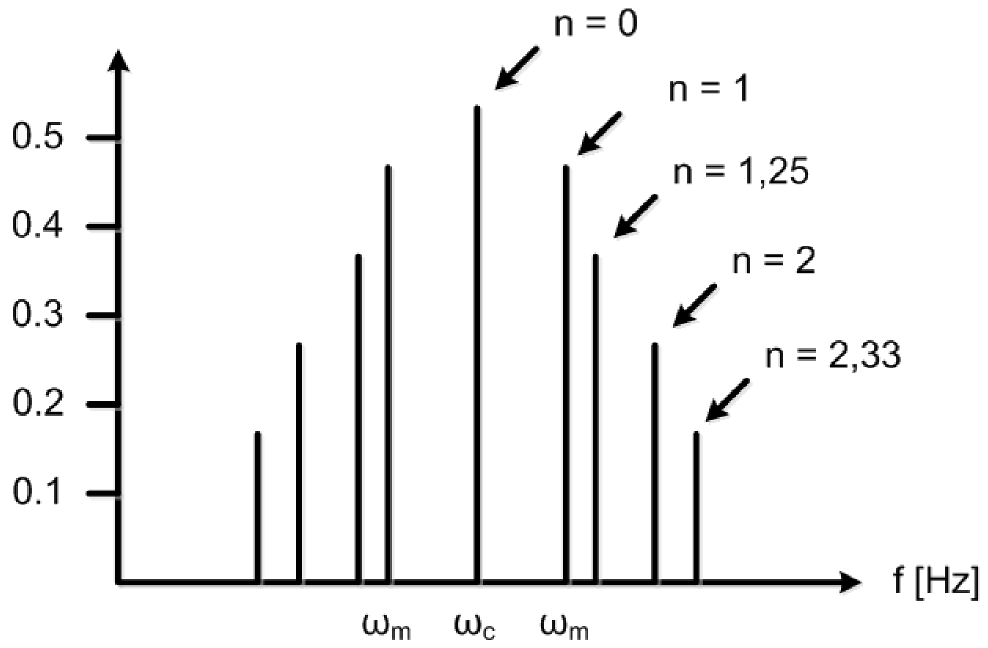
- Obertonreihe ist ein ganzzahliges Vielfaches der Grundfrequenz ω_c





dasp.uni-wuppertal.de

- Wenn es ein nicht ganzzahliges Verhältnis ist, entsteht ein „dissonanter“ Klang (z.B. „metallisch“), da die Seitenbänder nicht mehr der natürlichen **Obertonreihe** entsprechen!
  - Unterschied zur subtraktiven Synthese

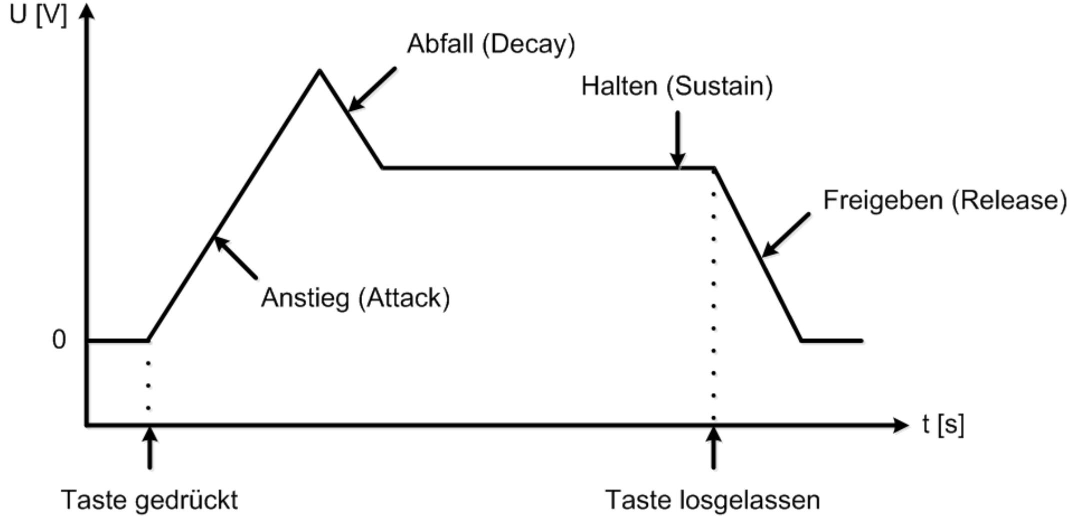


- Zur Erinnerung:
- Musikalisch „interessant“ ➔ zeitlich veränderliche Lautstärke und Klangfarbe
  - Lautstärke: $A * cos(\ldots)$
  - ➔ Ersetze konstantes A durch A(t)

  - Klangfarbe:
  - Zur Erinnerung: wird durch Modulationsindex η und Modulatorfrequenz ω_m bestimmt
  - Einfachste Möglichkeit: η ist ja auch die Amplitude des Modulators
  - Also auch hier: η ➔ η(t)
  - Endergebnis:
- $y(t) = A(t) * cos(\omega_c t + \eta(t) * sin(\omega_m t))$

Hüllkurvengenerator

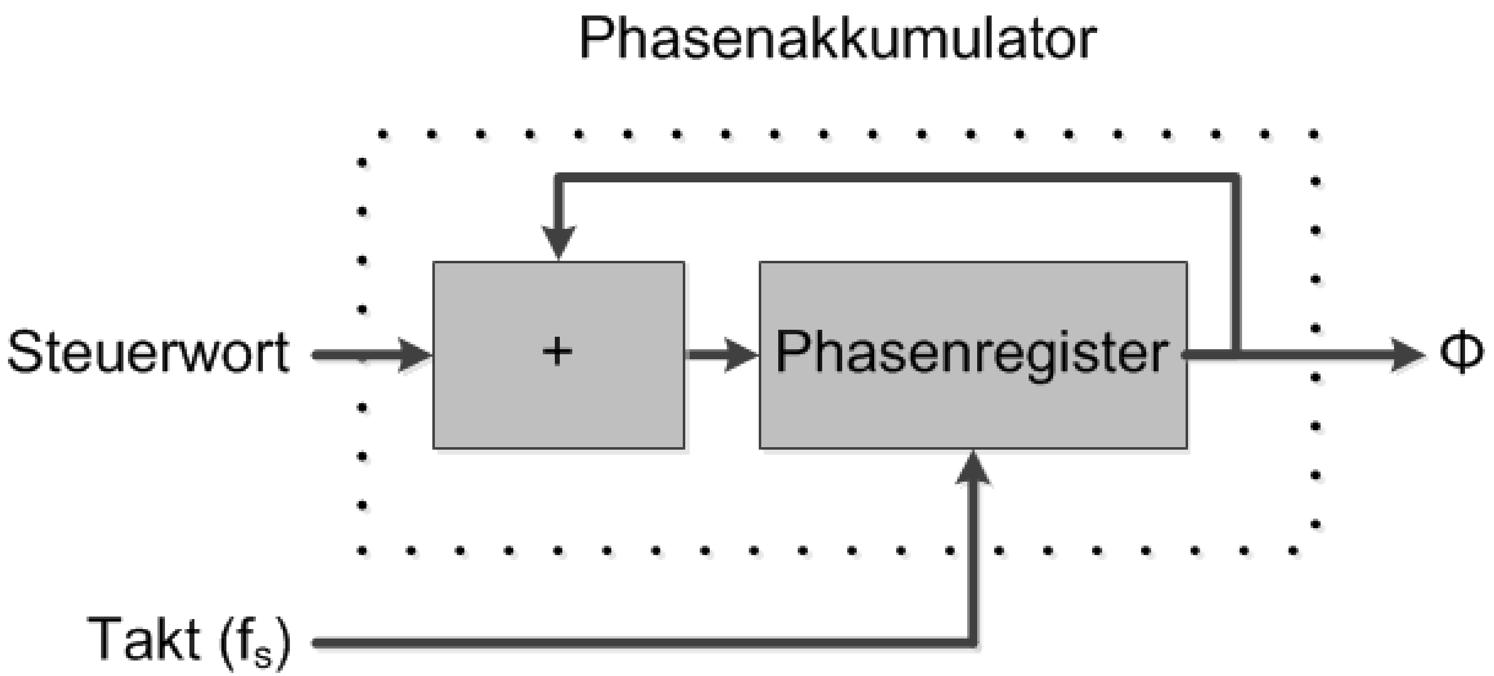
- Typischerweise Hüllkurve, z.B. „ADSR“



- z.B. Orgel, Flöte: Attack/Release ≈ 100ms
- Sustain: > 0
- Klavier, Gitarre: Attack: wenige ms,
- Decay: einige s
- Sustain = 0
- Release: ≈ 100ms

Schaltung

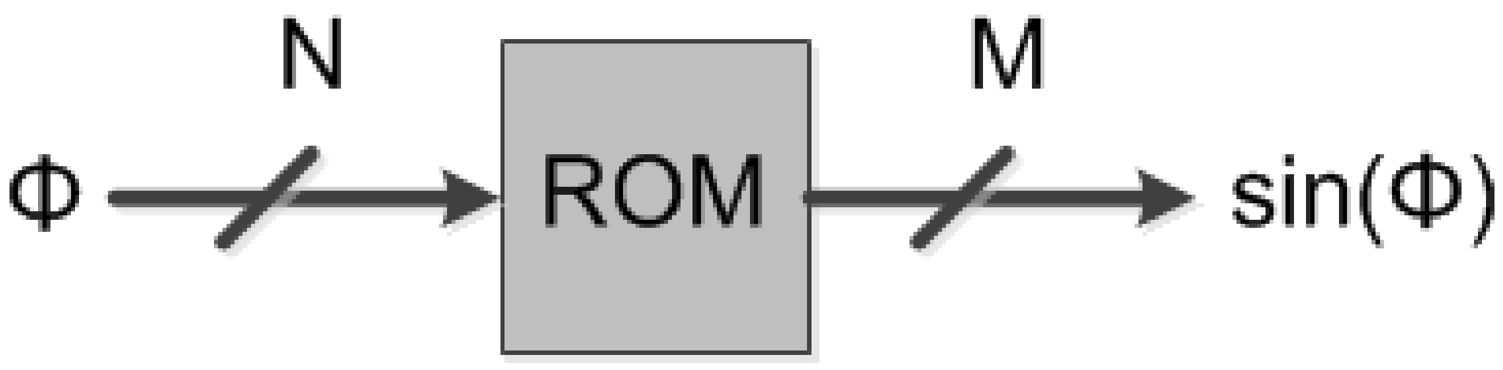
- Phasenakkumulator erzeugt Phasenwerte Φ als Binärwerte
- Steuerwort ist Phasenschrittweite und hängt mit der Frequenz ω zusammen



$$\Phi = \omega t + \varphi$$

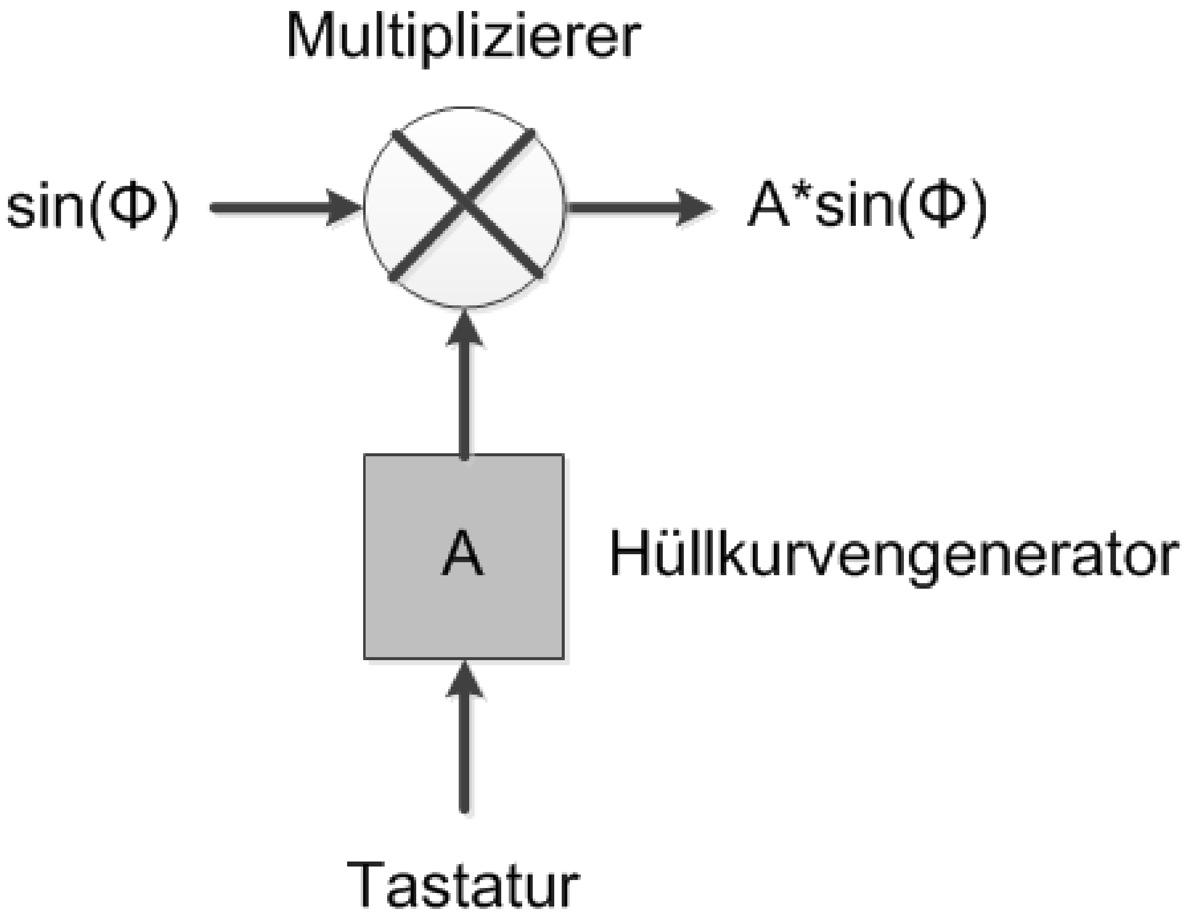
Phasen/Amplituden Wandler

- Binärwerte der Phasenwerte Φ sind die Adressen des ROM
- Der Wert jeder Adresse entspricht einem einzelnen Punkt einer Sinusschwingung
- Sinusschwingung ist daher quantisiert



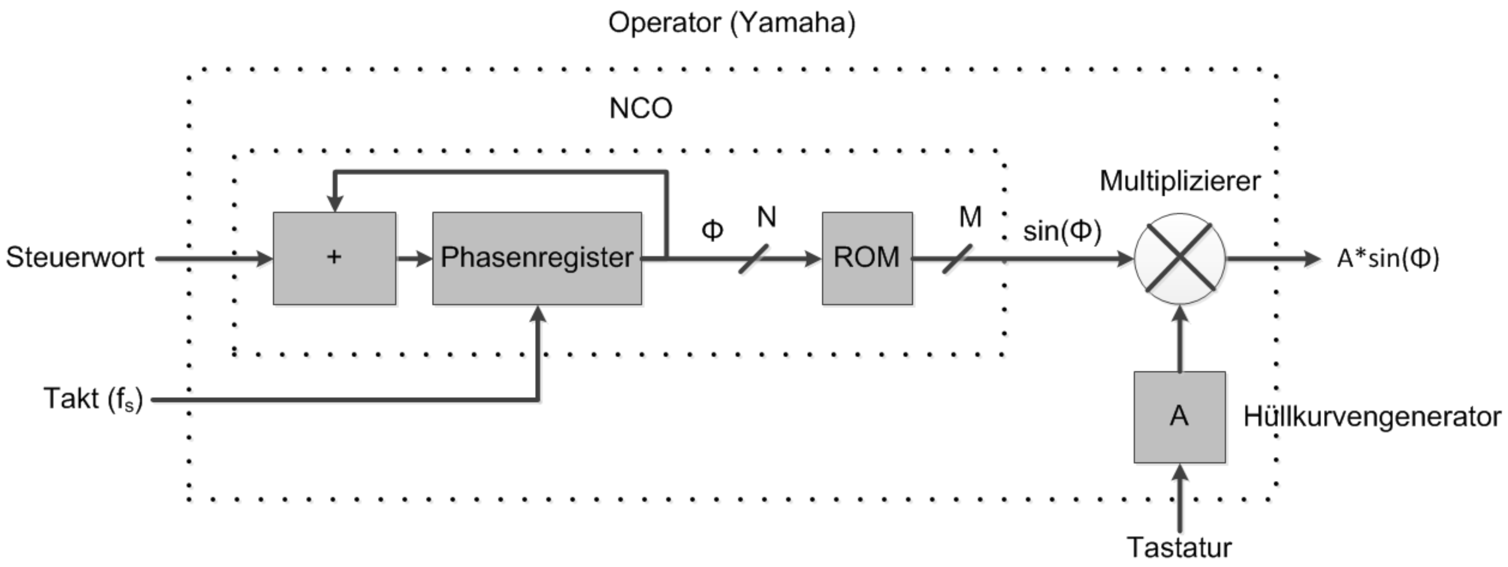
Multiplizierer

- Quantisierte Sinusschwingung wird mit Signal aus Hüllkurvengenerator multipliziert



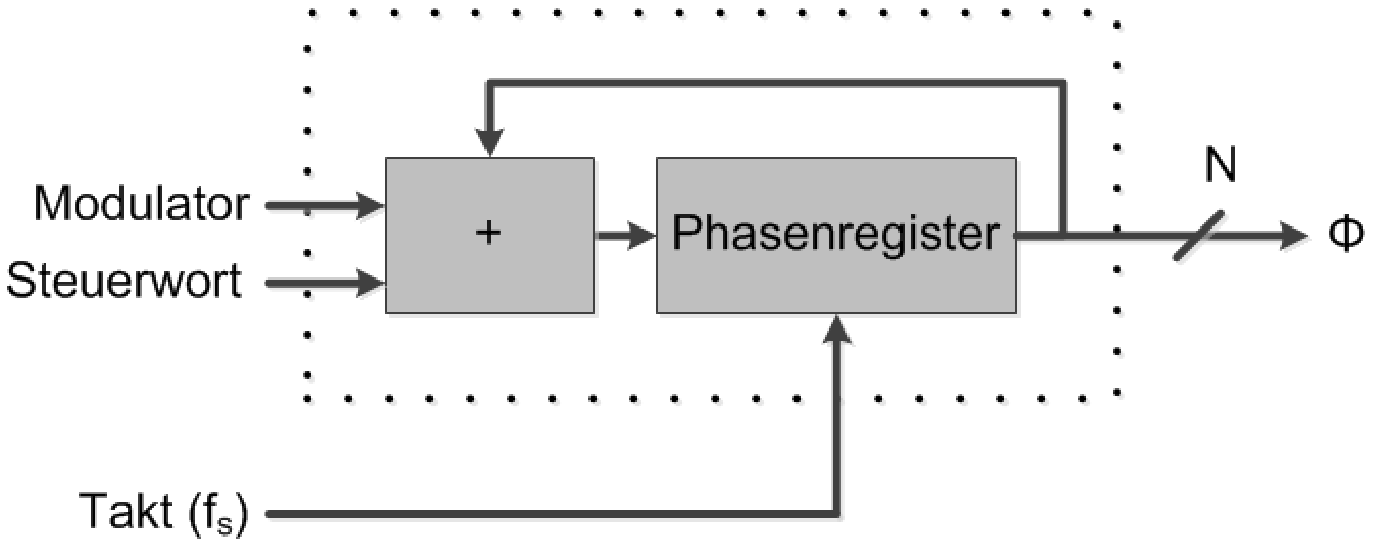
Operator

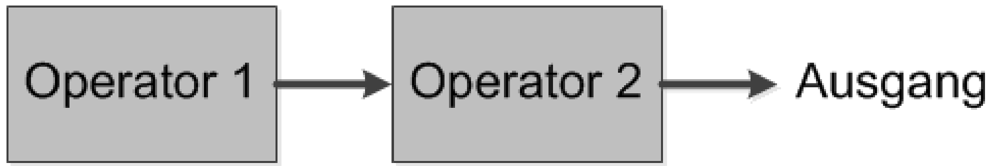
- Yamaha nennt Element aus den 3 Schaltungen **Operator**
- NCO steht für numerisch gesteuerter Oszillator
- NCO besteht aus Phasenakkumulator und ROM



Frequenzmodulation

- Operator 1 ist Modulator
- Operator 2 ist Träger bzw. Carrier
- Einzige Änderung am Phasenakkumulator des Operators 2:

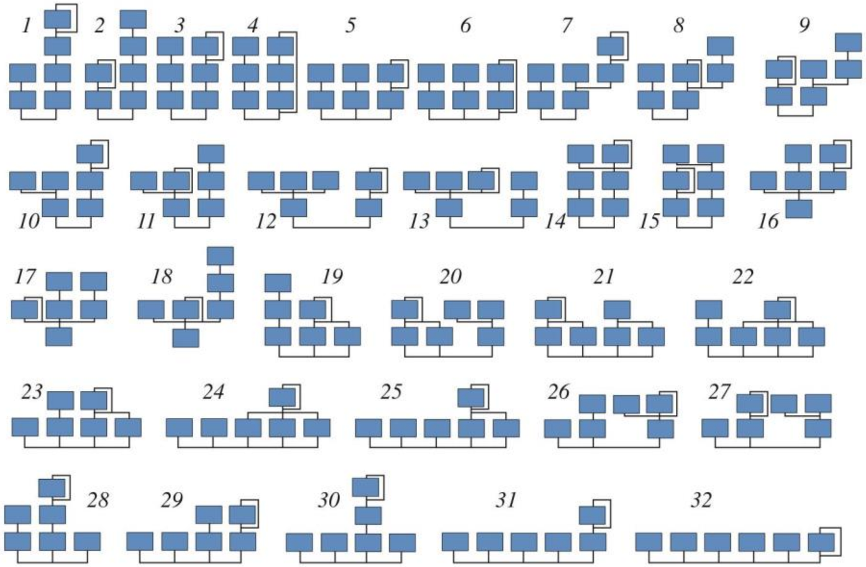




Algorithmen

- Yamaha nennt die verschiedenen Anordnungen der Operatoren **Algorithmen**

de.audiofanzine.com

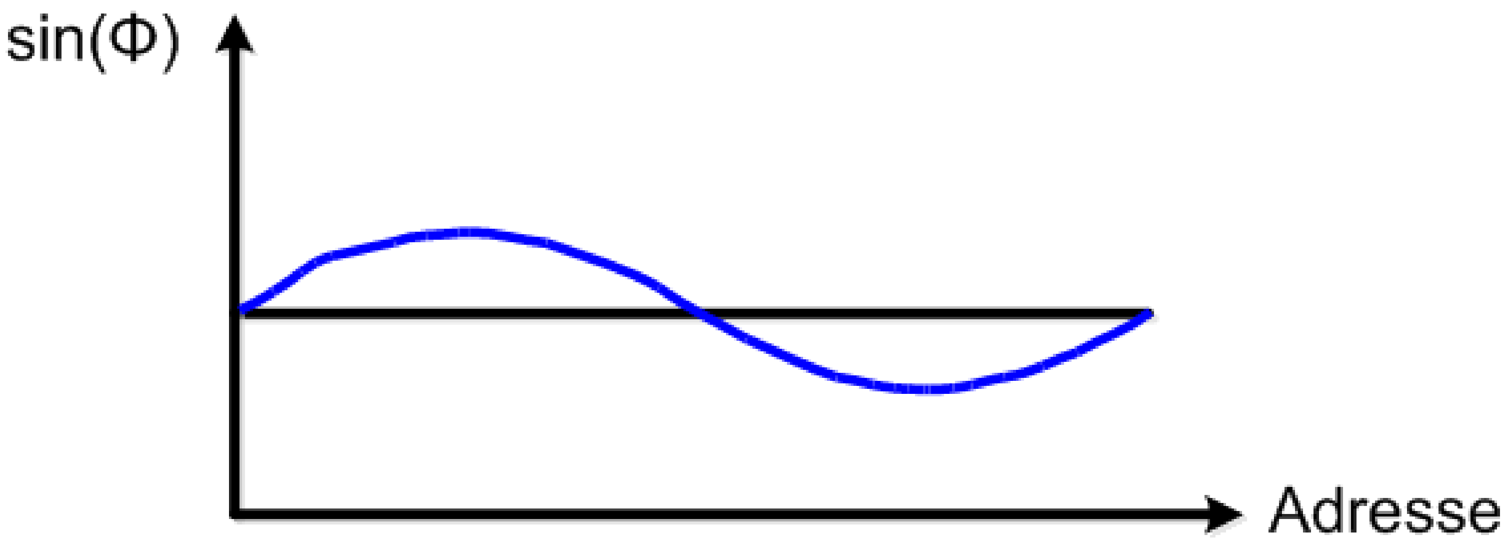


encyclospace.org

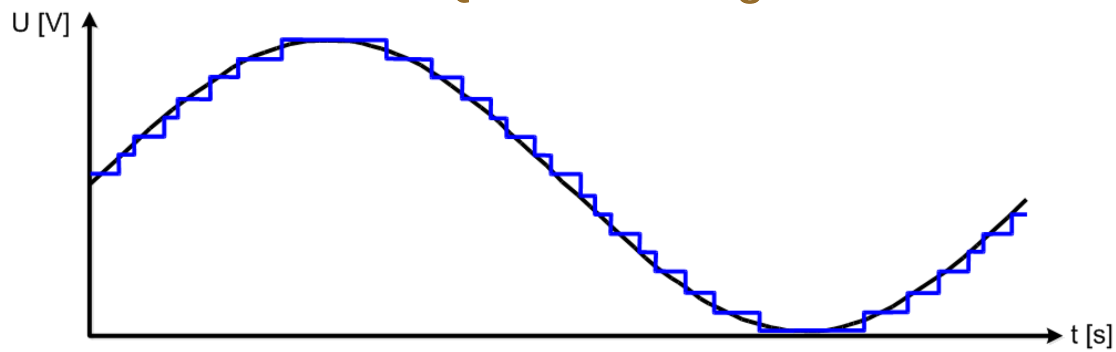
Details

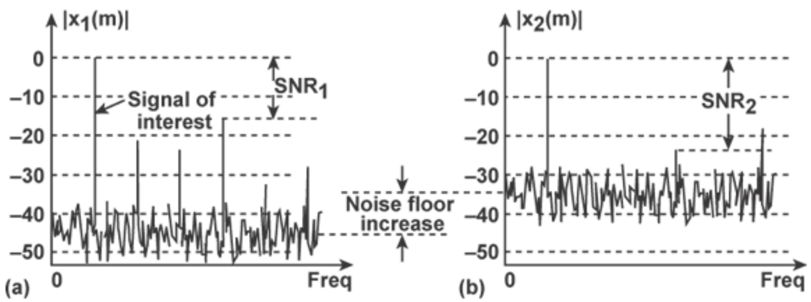
- Wieviele Bit muss die Phase haben?
- Wie hoch muss die Taktfrequenz (Samplerate) sein?
  - Einfluss auf die Frequenzauflösung
- Wegen Nyquist (um Aliasing zu vermeiden) muss f_s mindestens 2 mal so hoch sein, wie größte Frequenz die man braucht
  - Mindestens 40kHz
- Angenommen, man hat f_s gewählt, dann ist die Frequenz f des erzeugten Signals:
- $f = \frac{phs * f_s}{2^N}$ phs: Phasenschrittweite (Steuerwort)
- Die Frequenzauflösung ist:
- $\Delta f = \frac{f_s}{2^N}$ (Δf soll möglichst klein sein)
  - N größer

- Warum N nicht 1.000 oder 1.000.000?
  - Δf klein genug (Verbesserung nicht mehr hörbar)
  - ROM wird sehr groß (2^N Einträge)
- Typischerweise N = 32 - 40Bit
- Trick: Reduzierung des ROM auf $\frac{1}{4}$ durch Symmetrie
  - Dafür muss man zusätzliche Logik im NCO einbauen

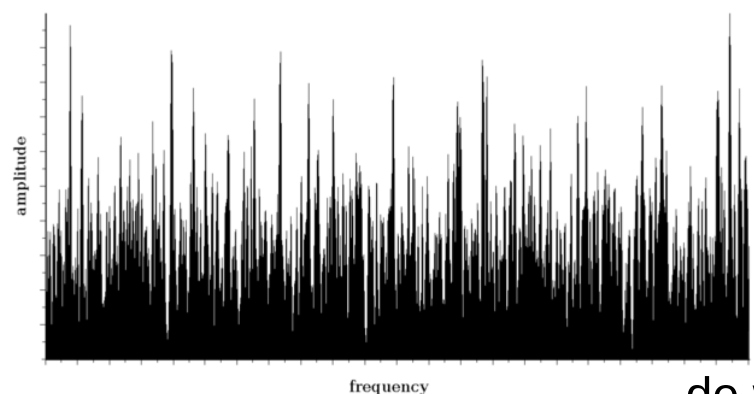


- Wie viel Bit muss der Ausgangswert des NCO haben?
  - Wenn M zu klein ist: Quantisierungsrauschen hörbar





4. These spectra show a discrete sinusoid with: (a) no dithering and (b) with dithering.



mwrf.com

de.wikibooks.org

  - M so groß, dass Quantisierungsrauschen klein genug

DX7

- Erster digitaler Synthesizer
- Erzeugt Klänge von Schlag- und Effektinstrumenten
  - Akustikgitarren
  - Bassgitarren
  - E-Pianos
- Prägte die Pop- und Rockmusik der 1980er Jahre
- Bekannte Lieder mit dem DX7:
  - Whitney Houston „The Greatest Love of All"
  - Chicago „Stay the Night"
- Damalige Alben der Band Depeche Mode wurden mit dem DX7 produziert

Zusammenfassung

- FM-Synthese beruht auf der Frequenzmodulation
- John M. Chowning war der „Vater“ der digitalen Synthesizer
- Was ist das besondere an der FM-Synthese?
  - Mit FM-Synthese können auch neuartige und unbekannte Klänge erzeugt werden
  - Außerdem ist die Tonhöhe stabil

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit